POLITYKA ENERGETYCZNA
Tom 13 ✧ Zeszyt 2 ✧ 2010
PL ISSN 1429-6675

Wojciech SUWAŁA*

Problemy ekonomiczne modelowania systemów paliwowo-energetycznych

STRESZCZENIE. W artykule poruszono wybrane problemy ekonomiczne modelowania systemów paliwowo-energetycznych. Omówiono kryteria optymalizacji dla modeli wykorzystujących metodę programowania matematycznego dla warunków rynków regulowanych i konkurencji doskonałej. Jako przykłady funkcji celu tych modeli analizowano minimalizację kosztów dostaw energii i maksymalizację sumy nadwyżki producentów i konsumentów. Poruszono problemy modelowania dla warunków rynków oligopolistycznych i podano rozwiązania dla warunków duopolu.

SŁOWA KLUCZOWE: modelowanie matematyczne, systemy paliwowo-energetyczne

Wprowadzenie

Problemy ekonomiczne funkcjonowania systemów paliwowo-energetycznych wywodzą się z zadań systemu i tworzących go jednostek gospodarczych. Zadania systemu określają między innymi oczekiwania odbiorców i z ich punktu widzenia jest to przede wszystkim bezpieczeństwo energetyczne, które wyraża się ciągłymi i niezakłócanymi dostawami nośników energii (zazwyczaj rozważane w długim terminie) oraz takimi cenami tychże nośników, które są zadowalające zarówno dla producentów jak i konsumentów. Niezakłócone

* Doc. dr hab. inż. – Wydział Energetyki i Paliw AGH, Kraków.

dostawy energii to wynik odpowiedniej infrastruktury systemu wytwarzania i dystrybucji nośników. Sfera wytwarzania musi mieć odpowiednie źródła energii pierwotnej i moce produkcyjne. Źródłem są zasoby krajowe lub import. Moce produkcyjne będą się wówczas odnosiły do zdolności wydobywczych[1] lub możliwości importu i zdolności przeładunkowych. Dla nośników przetworzonych, takich jak energia elektryczna czy pochodne rafinacji ropy, konieczne są odpowiednie moce produkcyjne elektrowni czy rafinerii. Należy przy tym pamiętać o współczynniku bezpieczeństwa, który narzuca konieczność pewnego nadmiaru mocy dla zapewnienia dostaw w przypadku planowanych lub wywołanych przyczynami zewnętrznymi przerw w wytwarzaniu nośników. Zdolności elektrowni są zazwyczaj wyższe o 20% od zapotrzebowania, właśnie dla zapewnienia dostaw w okresie letnim – planowych remontów w elektrowniach lub po wystąpieniu awarii. Dla innych nośników nie ma potrzeby aż tak dużych mocy rezerwowych, gdyż odpowiednie zapasy mogą złagodzić skutki przerw w dostawach. Na przykład zapas paliw w elektrowniach powinien być równy co najmniej 20-dniowemu zużyciu.

Dystrybucja nośników wymaga odpowiednich sieci transportowych, to jest przewozu lub przesyłu (sieciami energetycznymi czy rurociągami). Podobnie jak dla produkcji nośników potrzebne są pewne nadwyżki mocy, szczególnie dla energii elektrycznej.

Uwzględnienie powyższych warunków w modelu jest relatywnie proste. Praktycznie sprowadza się do odpowiedniego ułożenia ograniczeń dotyczących ogólnie rozumianych zdolności produkcyjnych (wydobywczych, przesyłowych itp.). W modelach średnio- i długoterminowych w wyniku obliczeń nastąpi dostosowanie owych zdolności na wszystkich etapach procesów systemu paliwowo-energetycznego, tak aby zaspokoić popyt odbiorców końcowych. W modelach krótkoterminowych mogą to być ograniczenia determinujące możliwości zaspokojeni popytu, zwłaszcza przy jego znaczącym wzroście.

Drugi z elementów bezpieczeństwa energetycznego to ceny nośników energii. W pierwszym rzędzie należy ustalić, jakich cen dotyczy to stwierdzenie. Wydaje się, że najlepszym odniesieniem będą ceny dla odbiorcy końcowego. W minimalizacji tych cen można wyróżnić dwa podejścia. W pierwszym, można je nazwać systemowym, minimalizuje się koszty funkcjonowania systemu, czyli koszty dostaw energii do odbiorców końcowych. Drugie podejście, to ustalenie cząstkowej równowagi na rynkach paliw i energii przy zastosowaniu maksymalizacji nadwyżek producenta i konsumenta.

1. Minimalizacja kosztu systemowego

Podejście bazujące na poszukiwaniu minimum kosztu systemu jest tym, które dotąd było najczęściej stosowane, jako że odpowiada strukturom centralnego planowania lub regulacji systemów energetycznych. Odpowiednie modele wykorzystywały metodę programowania matematycznego z minimalizacją kosztów systemu jako funkcją celu i ograniczeniami z zakresu zaspokojenia popytu końcowego i dostępności energii pierwotnej. Podejście to ma

[1] W pewnych przypadkach będzie to dalej zdolność produkcyjna, np. elektrowni wodnych czy wiatrowych.

taką wadę, że wybory są optymalne z punktu widzenia systemu, niekoniecznie przedsiębiorstwa – wytwórcy energii czy odbiorcy końcowego. System w modelu nie jest zbiorem przedsiębiorstw, ale układem obiektów[2] czy technologii[3], które tylko do pewnego stopnia reprezentują zasady funkcjonowania przedsiębiorstw. W rzeczywistości decyzje podejmują indywidualne przedsiębiorstwa kierując się własnym dobrem, a wybór nie zawsze będzie zgodny z optimum systemu. Należy jednak zauważyć, że podejście systemowe odpowiada realnym warunkom, dla odpowiednio dużego systemu, gdzie indywidualne decyzje przedsiębiorstw nie mają decydującego znaczenia dla funkcjonowania całego systemu, zwłaszcza dla długiego okresu czasu. Optymalne wybory dla systemu nie są diametralnie różne od wyborów przedsiębiorstw, zwłaszcza dla obecnych ograniczeń emisyjnych, gdzie liczba technologii spełniających wymagane warunki jest ograniczona. Zatem wyniki modelu powinny być w takim przypadku zbliżone do rzeczywistego obrazu funkcjonowania systemu.

Podstawową kategorią ekonomiczną jaką stosuje się w rozważaniach ekonomicznych są koszty traktowane jako wycena monetarna nakładów i wydatków.

Funkcja celu jest najczęściej zdyskontowanym kosztem funkcjonowania systemu, o następujących składnikach:

- koszty operacyjne technologii i obiektów mogą być uwzględnianie jako funkcja wielkości produkcji (najprostsza – liniowa), co stwarza możliwość porównywania kosztów krańcowych z cenami dóbr i określania efektywności sprzedaży (np. eksportu) [1, 2],
- koszty inwestycyjne technologii i obiektów[4], dla obiektów mogą uwzględnić rozkład w czasie, dla technologii mogą być pominięte, jeśli zostaną odpowiednio uśrednione i włączone w koszty operacyjne,
- koszty transportu dóbr, najczęściej jako średnie krajowe, np. od dostawców krajowych do odbiorców krajowych, dla importu i eksportu od miejsca przekroczenia granicy do producenta (eksport) lub odbiorcy (import); w modelach równowagi przestrzennej uwzględnia się koszty transportu między wyróżnianymi regionami i podobnie jak poprzednio eksportu i importu,
- koszty importu dóbr, to jest koszt zakupu według cen importowych,
- dochody z eksportu ze znakiem minus; ujemne, gdyż są swego rodzaju dochodem systemu, gdyby były dodatnie to przy koszcie jako funkcji celu eksport nie byłby w modelu efektywny bo powoduje zwiększenie kosztu[5],
- koszty specyficzne dla rozwiązywanego modelu, na przykład likwidacji technologii lub obiektów (kopalni w modelach restrukturyzacji górnictwa), albo utrzymywania w stanie gotowości produkcyjnej (np. rezerwa wirująca).

---

[2] Obiekt odpowiada pojedynczej instalacji, kopalni czy elektrowni i ma jej charakterystyki, najczęściej rozkład czasowy.

[3] Technologia to pewna umowna – uśredniona reprezentacja grupy instalacji o takich samych charakterystykach technicznych i ekonomicznych.

[4] Koszty inwestycyjne obejmują ogół wydatków związanych z inwestycją, głównie nakłady inwestycyjne i koszt kapitału. Nakłady inwestycyjne to „czyste” wydatki na budowę i wyposażenie, tzw. *overnight investment costs*.

[5] Eksport zazwyczaj nie jest ustalany przez ograniczenie tak jak popyt krajowy, który najczęściej jest limitem dolnym.

Wartość stopy dyskonta jest zależna od poziomu rozwoju kraju, a w szczególności ryzyka gospodarczego. Im większe tym większa stopa dyskonta, która ponadto może być różnicowana w czasie i między technologiami, obiektami itp. Praktycznie stosuje się stopy, 5, 8 i 12%. Dodać należy, że stopa ta jest ustalana dla cen stałych, czyli bez uwzględnienia inflacji.

Zapis funkcji celu może być bardzo rozbudowany, w zależności od rodzaju modelu i złożoności relacji modelowanego systemu.

Poniżej podano przykład funkcji celu dla modelu rozwoju sektora z możliwością likwidacji obiektów, rozbudowy technologii oraz redukcji emisji:

$$\sum_t d(t)\left\{\sum_m\left[\sum_{t^*} B(m,t^*)CC(m,t,t^*)+\sum_{t^*} B(m,t^*)CFX(m,t,t^*)+\left(\sum_g PR(g,m,t,t^*)\right)v(m)\right]\right.$$
$$+\sum_{g,u} CO(g,u,t)\overline{ct}+\sum_t [QI(i,t)c(i)+\Delta QI(it)ic(i)]+\sum_{u,p} PE(u,p,t)ce(p) \qquad (1)$$
$$\left.-\sum_g EX(g,t)px(g,t)+\sum_g IM(g,t)pm(g,t)\right\}\to \min$$

gdzie:

d(t)	–	czynnik dyskontujący dla okresu *t*,
B(m,t)*	–	zmienna binarna oznaczająca ostatni okres t^* funkcjonowania obiektu *m*, jeśli zmienna przyjmuje wartość 1 dla ostatniego rozważanego podokresu to obiekt nie jest likwidowany; zmienna spełnia warunek: $$\sum_{t^*} B(m,t^*)=1 \quad \forall m\in M$$
M	–	zbiór obiektów,
CC(m,t,t)*	–	koszty likwidacji obiektu w podokresie *t*, dla obiektu *m* likwidowanego w podokresie t^*,
CFX(m,t,t)*	–	koszty stałe dla podokresu t, dla obiektu *m* likwidowanego w podokresie t^*,
PR(g,m,t,t)*	–	produkcja dobra *g* , w podokresie *t*, dla obiektu *m* zlikwidowanego w podokresie t^*,
v(m)	–	koszty zmienne obiektu *m*,
CO(g,u,t)	–	popyt na dobro *g*, w podokresie *t*, użytkownika *u*,
$\overline{ct}$	–	średnie koszty transportu od krajowych producentów do odbiorców,
QI(i,t)	–	zdolność produkcyjna technologii *i*, w podokresie *t,*
c(i)	–	jednostkowe koszty operacyjne dla technologii *i,*
ΔQI(i,t)	–	przyrost zdolności produkcyjnej technologii *i*, w podokresie *t,*
ic(i)	–	jednostkowe koszty inwestycyjne dla technologii *i,*
PE(u,p,t)	–	emisje użytkownika *u*, polutanta *p*, w podokresie *t* (może być rozszerzone na technologie),
ce(p)	–	opłaty emisyjne dla polutanta p,
EX(g,t)	–	eksport dobra *g* w podokresie *t*,

px(g,t) – cena eksportowa dobra *g* w podokresie *t*,
IM(g,t) – import dobra *g* w podokresie *t*,
pm(g,t) – cena dostaw z importu (włącznie ze średnim kosztem transportu) dobra *g* w okresie *t*.

Powyższa postać nie uwzględnia wszystkich wspomnianych wcześniej elementów, ale daje pogląd na budowę funkcji celu.

Wybory modelu będą dotyczyły likwidacji obiektów, poziomu zdolności produkcyjnych technologii, redukcji emisji itp. Różnice między wyborami modelu a realnego systemu będą więc dotyczyć tego, który obiekt i kiedy zostanie zlikwidowany, wydajności technologii itd. Należy zauważyć, że jeżeli w realnym systemie przy podejmowaniu decyzji podstawowym kryterium będą koszty dostaw paliw, to decyzje nie będą odbiegały znacznie od wskazanych przez model. Różnice będą wynikały przede wszystkim z nieuwzględnienia w modelu innych warunków, najczęściej niemierzalnych.

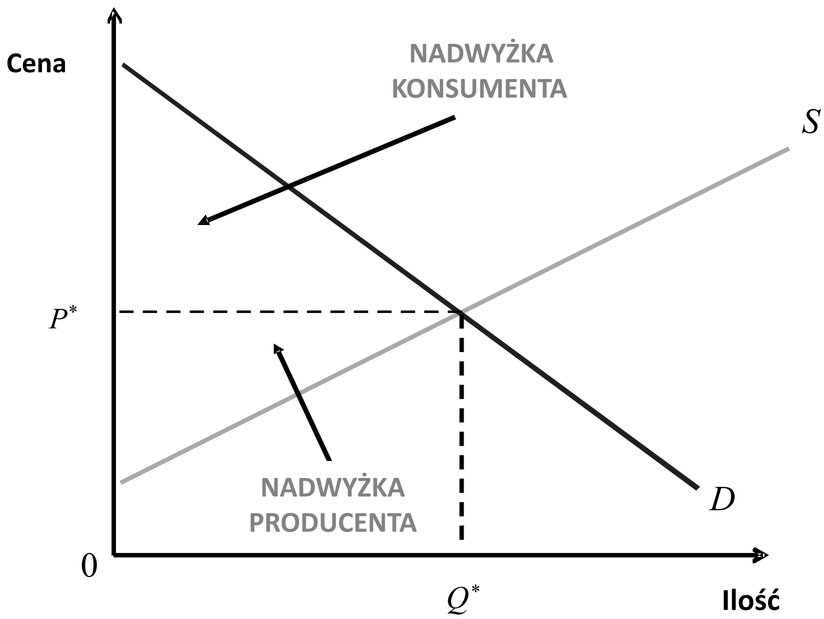
2. Podejście rynkowe

Niedostatki poprzedniego podejścia oraz liberalizacja rynków energii spowodowały, że coraz większego znaczenia nabiera możliwość symulowania zachowań rynkowych. W modelu ustala się równowagę rynkową, a wielkość dostaw i zakupów wynika z warunków ekonomicznych obu stron transakcji rynkowych. Wynik nie oznacza tu minimalizacji kosztów dostaw energii, ale odpowiada warunkom funkcjonowania rynku. Sposób odzwierciedlania funkcjonowania rynku zależy od zastosowanej metody. Dla programowania matematycznego stosuje się ograniczenia odpowiadające krzywym podaży i popytu i funkcji celu – maksymalizacji nadwyżki producentów i konsumentów (*Net social payoff*). Ideę wyjaśnia rysunek 1, przy cenie równowagi (*P**) producenci uzyskują cenę wyższą od pokrywającej ich koszty reprezentowane przez krzywą podaży (*S*), a ich nadwyżka – zysk, to pole pomiędzy poziomem ceny równowagi a krzywą podaży. Podobnie konsumenci, zyskują gdyż kupują po cenie niższej od ceny, którą gotowi byliby zapłacić; analogicznie jest to pole pomiędzy poziomem ceny równowagi a krzywą popytu (*D*).

Rozwiązanie modelu równowagi jest możliwe na kilka sposobów. Najprostszy to zastosowanie metody programowania komplementarnego. Układ równań ma wówczas ogólną postać:

$$P \geq D(Q_D)$$
$$P \leq S(Q_S)$$
$$Q_D \leq Q_S$$

gdzie: P – cena,
Q_S – ilość dostaw (podaż),



Rys. 1. Równowaga rynkowa i nadwyżki producentów i konsumentów

Fig. 1. Market equilibrium and consumer's and producer's surplus

Q_D – popyt,
$D(Q_D)$ – funkcja popytu,
$S(Q_S)$ – funkcja podaży.

Te podstawowe równania tworzą prosty model tylko w przypadku ograniczenia modelu do równowagi rynkowej. Wprowadzenie dodatkowych równań, choćby ograniczeń emisji czy dostępności paliw i technologii powoduje, że model znacznie się rozbudowuje, a wymagany tu warunek równej liczby zmiennych i równań może być trudny do spełnienia.

Inne sformułowanie to model nieliniowego programowania matematycznego z maksymalizacją sumy nadwyżek jako funkcją celu:

$$NSP = \int_0^{Q_D^*} D(Q_D)dQ_D - \int_0^{Q_S^*} S(Q_S)dQ_S$$
$$Q_D^* = Q_S^*$$

gdzie: NSP – suma nadwyżek producenta i konsumenta,
$D(Q_D)$ – odwrócona funkcja popytu,
$S(Q_s)$ – odwrócona funkcja podaży.

Jeśli odwrócone funkcje podaży i popytu są liniowe i mają postać:

$$P_D = a_D - b_D Q_D$$

$$P_S = a_S + b_S Q_S$$

gdzie: P_D – cena popytu,
a_D – stała odwróconej funkcji popytu,
b_D – współczynnik odwróconej funkcji popytu,
Q_D – popyt,
P_S – cena podaży,
a_S – stała odwróconej funkcji podaży,
b_S – współczynnik odwróconej funkcji podaży,
Q_S – podaż,

to funkcja celu maksymalizacji sumy nadwyżek będzie obliczana według formuły:

$$a_D Q_D - \frac{1}{2} b_D Q_D^2 - a_S Q_S - \frac{1}{2} b_S Q_S^2 \rightarrow \max$$
$$Q_D = Q_S$$

Ustalone w modelu wartości popytu i podaży ustalają wówczas punkt równowagi o współrzędnych $Q^* = Q_D = Q_S$ i $P^* = P_D = P_S$. W modelu warunek ten może nie być spełniony, jeśli wystąpią ograniczenia podaży wynikające na przykład z dostępności dóbr lub ograniczenia popytu ze względu na limity emisji. Problemem jest wtedy brak ustalenia poziomu cen równowagi, która będzie w przedziale między cenami wynikającymi z krzywych podaży i popytu, w zależności od siły rynkowej producenta i konsumenta.

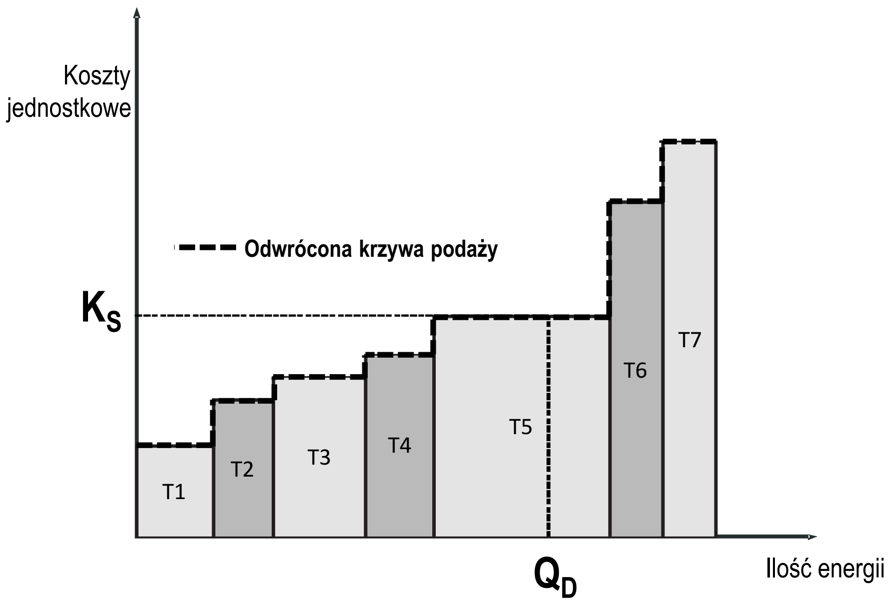
Ponieważ rozwiązanie modelu z powyższą – nieliniową funkcją celu może być trudne, można zastosować uproszczone podejście o zależnościach liniowych. W poprzedniej postaci funkcji celu krzywą podaży był praktycznie uporządkowany według rosnącego kosztu[6] (rys. 2) zbiór technologii wytwarzających energię[7]. Dla zadanego poziomu podaży, równego popytowi, koszty dostaw (cenę) określa technologia, której koszty (K_s) są najwyższe ze wszystkich, które są w stanie zbilansować popyt (Q_D)[8].

Ciągłą krzywą popytu można również zamienić na krzywą „schodkową", czyli funkcję malejącą przedziałami stałą. Można tego dokonać dla krzywej o stałej elastyczności (rys. 3) lub liniowej. Mając dane historyczne o cenach energii dla odbiorców końcowych (P_R) i popycie (Q_R) i przyjmując pewną wartość elastyczności cenowej popytu można obliczyć wysokość słupków – ceny dla zadanych wartości popytu. Najlepiej przyjąć zmienne „szerokości" słupków popytu, tak aby małe wartości popytu reprezentowane były przez jeden szeroki słupek, a w pobliżu wartości popytu historycznego ustalić małe szerokości, aby

[6] W modelu nie jest on w żaden sposób formalnie uporządkowywany, jedynie zasada wyboru według najmniejszego kosztu oznacza, że model wybiera technologie lub obiekty poczynając od tych o najniższych kosztach, przy czym koszt ten jest kosztem systemowym, to znaczy uwzględnia również inne koszty poza tymi, które można byłoby odnieść bezpośrednio to technologii lub obiektu.

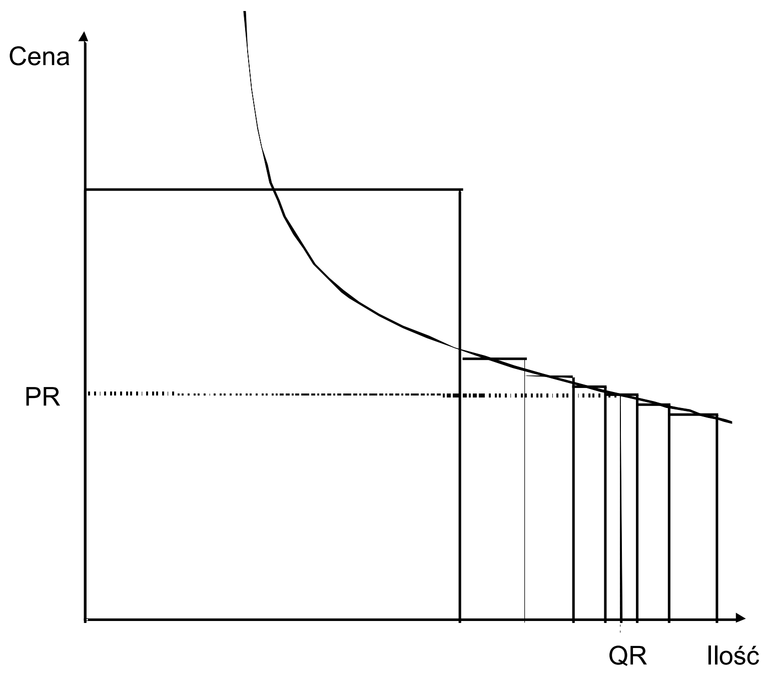
[7] Jest to klasyczne podejście do problemu minimalizacji kosztu dostaw energii, tzw. *least costs planning*.

[8] Można ja nazwać technologią krańcową, kiedyś nazwano je technologiami zamykającymi bilans albo bilansującymi.



Rys. 2. Zasada formowania krzywej podaży w modelach liniowych

Fig. 2. Supply curve formation in linear models



Rys. 3. Przekształcenie krzywej popytu o stałej elastyczności w funkcję schodkową

Fig. 3. Transformation of constant elasticity demand curve into a stepwise function

w miarę dokładnie oddać przebieg krzywej popytu. Każdemu słupkowi przypisuje się zmienną oznaczającą wartość popytu, czyli szerokość słupka.

Model ma wówczas w uproszczeniu (występują tylko technologie) następującą funkcję celu (maksymalizacja nadwyżek) i równania:

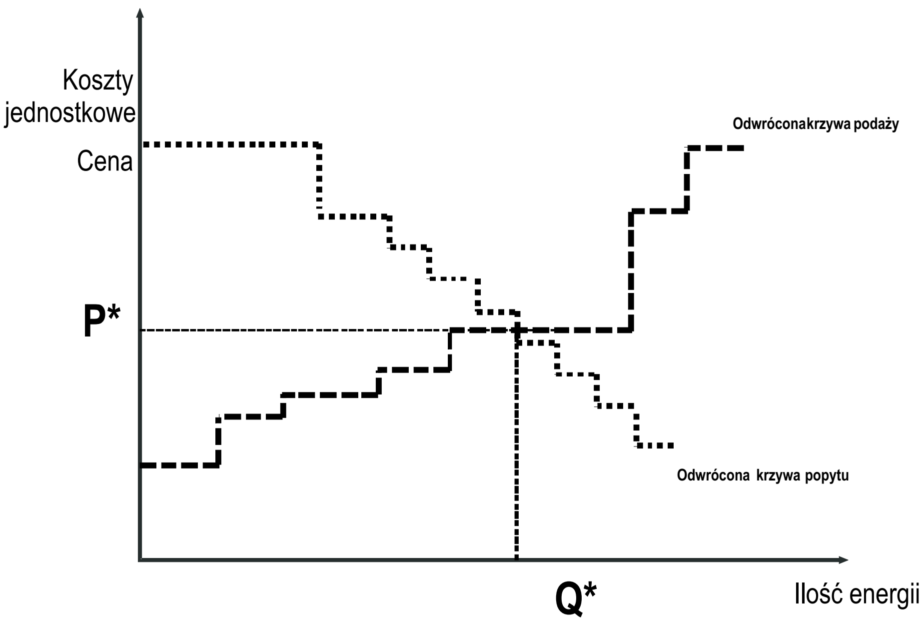
$$\sum_t d(t)\left[\sum_l QD(l,t)\,p(l)-\sum_i QI(i,t)\,c(i)\right]\to \max$$

$$QD(l,t)\le QD_{MAX}\,(l,t) \quad dla \quad l=1,\dots,L$$

$$QI(i,t)\le QI_{MAX}\,(i,t) \quad dla \quad i=1,\dots,I$$

gdzie: *QD(l,t)* – wartość popytu dla segmentu *l* (zmienna decyzyjna),
p(l) – cena dla segmentu popytu *l* (wysokość słupka popytu),
$QD_{MAX}(l,t)$ – maksymalna wartość dla segmentu popytu *d* (szerokość słupka popytu),
c(i) – koszt dla technologii *i*,
QI(i,t) – wartość produkcji dla technologii *i* w podokresie *t*,
$QI_{MAX}(i,t)$ – maksymalna wartość produkcji dla technologii *i* w podokresie *t*.

Rozwiązanie modelu (rys. 4) powinno znaleźć się w pobliżu popytu historycznego, stąd tak ważne, aby krzywa popytu była w tym zakresie reprezentowana jak najdokładniej.



Rys. 4. Rozwiązanie modelu z liniowymi funkcjami podaży i popytu

Fig. 4. Equlibrium in the models with stepwise supply and demand curves

Powyższe rozważania dotyczą modeli stosujących metodę programowania matematycznego. Nieco inaczej – choć w sumie dość podobnie – problem równowagi rynkowej ustala się w modelach symulacyjnych. Pewnym ograniczeniem dla modeli symulacyjnych jest brak możliwości ustalenia równowagi dla jednego momentu czasu. Dostępne programy nie umożliwiają rozwiązywania układów równań[9]. Stosuje się pewne „przesunięcie w czasie”, które do pewnego stopnia odpowiada realiom, to jest obliczenie według sekwencji:

$$Q_{D,t} = \frac{a_D}{-b_n} - \frac{P_{S,t-1}}{-b_n}$$

$$Q_{S,t} = Q_{D,t}$$

$$p_{S,t} - a_S + b_S Q_{S,t}$$

Unika się tu rozwiązania układu równań, a ponadto reakcje odbiorców na ceny nigdy nie są natychmiastowe, zwłaszcza jeśli rozważa się modele o krótszych terminach. Opóźnienie odpowiada zatem realnej sytuacji rynkowej.

3. Problemy modelowania struktur rynkowych

Podane powyżej rozważania zakładają, że rynek energii ma formę konkurencji doskonałej, to znaczy że poszczególni producenci nie wpływają na cenę, która jest wynikiem równowagi rynkowej. Rzeczywiste struktury rynków, zwłaszcza po zliberalizowaniu rynków energii elektrycznej, nie odpowiadają tej formie. Procesy konsolidacji firm energetycznych spowodowały powstanie rynków o niewielkiej liczbie przedsiębiorstw. W krajach o zaawansowanych procesach liberalizacji, na rynku funkcjonuje praktycznie kilka firm o dużych udziałach w produkcji i sprzedaży energii. Tylko niewielkie segmenty rynków, zwłaszcza paliw pierwotnych (węgiel kamienny dla odbiorców indywidualnych, biomasa), można uznać za bliskie konkurencji doskonałej. Liberalizacja praktycznie zlikwidowała monopole[10] poza przesyłem wysokonapięciowym, który właściwie jest monopolem naturalnym[11].

Sytuacja wielu krajowych rynków energii odpowiada rynkom oligopolistycznym z kilkoma konkurującymi firmami. Teoria mikroekonomii[12] nie dostarcza tak prostych modeli jak w przypadku konkurencji czy monopoli. Podstawowe modele Cournota, Stackleberga i Bertranda [3, 4] zakładają dość uproszczone reakcje firm, ograniczające się do zmian

[9] Obecnie najczęściej stosuje się tu metodę dynamiki systemowej i pakiet VENSIM.

[10] Wyjąwszy Francję, gdzie EDF ma praktycznie pozycje monopolisty jako wytwórca i monopsonisty dla wytwórców energii elektrycznej.

[11] Za monopol naturalny uważa się tu sytuację, gdzie ze względu na koszty (inwestycyjne) i przychody tylko jedno przedsiębiorstwo może efektywnie funkcjonować na rynku.

[12] W terminologii anglosaskiej chodzi faktycznie o *industrial organisation*, który to termin nie ma polskiego odpowiednika, choć najbliższe byłoby *funkcjonowanie rynków*.

poziomu cen czy produkcji. Obecnie w praktyce analiz systemów paliwowo-energetycznych przyjmuje się model oparty na założeniach Cournota, to jest firmy ustalają swój poziom produkcji przyjmując produkcje innych za daną, przy czym model buduje równowagę rynkową na zasadzie równowagi Nasha. Poszukiwany jest zbiór wielkości produkcji x^*, które spełniają warunek [5]:

$$\Pi_j(x_j^*, x_{-j}^*) \geq \Pi_j(x_j, x_{-j}^*) \quad \forall j \in J$$

gdzie: j – indeks producenta (firmy),
J – zbiór producentów (firm),
x_j – wielkość produkcji firmy j,
x_{-j} – wielkość produkcji wszystkich firm, poza firmą j (wektor),
x_j^* – wielkość produkcji firmy j w punkcie równowagi,
x_{-j}^* – wielkość produkcji wszystkich firm, poza firmą j, w punkcie równowagi,
Π_j – zysk firmy j.

Każdy z producentów wybiera poziom produkcji, który maksymalizuje jego zyski. Strategią w tej grze jest wybór poziomu produkcji. W punkcie równowagi każdy z graczy (producentów) podejmuje samodzielną decyzję, wybierając poziom produkcji maksymalizujący poziom zysku, nie tylko jego, ale i pozostałych graczy (producentów).

Formalnie modele Cournota można zilustrować przy kilku założeniach upraszczających:
- na rynku funkcjonują dwie firmy produkujące ten sam produkt (duopol),
- funkcje kosztów obu firm mają takie same postacie: $C(q) = F + c \cdot q$,
- cena produktu wynosi p i wynika z liniowej funkcji popytu:

$$p = p(Q) = p(q_1 + q_2) = a - b \cdot (q_1 + q_2)$$

Zysk każdej z firm opisany jest równaniem:

$$\pi_i = (a - b \cdot (q_1 + q_2)) \cdot q_i - (F + c \cdot q_i)$$

Po przekształceniu zyski obu firm wyrażają się formułami:

$$\pi_1 = a \cdot q_1 - b(q_1)^2 - b \cdot q_1 \cdot q_2 - F - c \cdot q_1$$

i

$$\pi_2 = a \cdot q_2 - b(q_2)^2 - b \cdot q_1 \cdot q_2 - F - c \cdot q_2$$

Funkcje jednakowego zysku można uzyskać po przekształceniu tych równań:
dla pierwszej firmy:

$$q_2 = \frac{a-c}{b} - q_1 - \left(\frac{\pi_1 + F}{bq_1}\right)$$

i podobnie dla drugiej:

$$q_1 = \frac{a-c}{b} - q_2 - \left(\frac{\pi_2 + F}{bq_2} \right)$$

Krzywe te są symetryczne ze względu na jednakowe funkcje kosztów.

Założeniem Cournota było, że każda z firm wybiera swój poziom produkcji przy określonym poziomie produkcji konkurenta, stąd produkcja jednej firmy dla założonej produkcji drugiej zostanie wyznaczona z warunku maksymalizacji zysku:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = 0 \quad dla\ i = 1{,}2$$

czyli dla pierwszej firmy:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2bq_1 - bq_2 - c = 0$$

i podobnie dla drugiej:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = a - 2bq_2 - bq_1 - c = 0$$

W punkcie takim przychód marginalny jest równy kosztom marginalnym, np. dla pierwszej firmy:

$$a - bq_1 - bq_2 = c$$

Rozwiązanie warunku maksymalnego zysku daje odpowiednio dla pierwszej i drugiej firmy warunki:

$$q_1 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2}{2}$$

$$q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1}{2}$$

W punkcie równowagi obie firmy osiągają maksymalny zysk, czyli po podstawieniu pierwszego z powyższych równań do drugiego otrzymamy:

$$q_2 = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1}{2} - \frac{a-c}{4b} + \frac{q_1}{4}$$

czyli:

$$q_2 = \frac{a-c}{3b}$$

Postępując podobnie otrzymamy warunek dla poziomu produkcji pierwszej firmy:

$$q_1 = \frac{a-c}{3b}$$

Warunki te są takie same, jako że zarówno funkcje popytu jak i kosztów mają dla tych firm taką samą postać. Poziom produkcji obu firm będzie taki sam, podobnie zyski. Przy różnych funkcjach kosztów firm otrzyma się wyniki o różnych poziomach ich produkcji.

Powyższe rozważania ilustrują metodę rozwiązania modeli ujmujących struktury oligopolistyczne. Należy jednak podkreślić, że wyniki tych modeli nie są zadowalające, jeśli chodzi o ich zgodność z rzeczywistymi danymi systemu paliwowo-energetycznego.

Podsumowanie

Budowa modeli systemów paliwowo-energetycznych w obecnych warunkach gospodarczych wiąże się z uwzględnianiem coraz bardziej złożonych warunków funkcjonowania tych systemów. W artykule podjęto problem ujęcia najważniejszych zagadnień ekonomicznych w budowanych modelach. Sformułowania funkcji celu dla zadań programowania matematycznego to przede wszystkim minimalizacja kosztu systemu i maksymalizacja nadwyżek. Mogą być traktowane jako podstawowe kryterium optymalizacji funkcjonowania systemów dla warunków rynku konkurencji doskonałej i przypadków regulacji przez odpowiedni organ. Poruszono także zagadnienie zmian wywołanych liberalizacją rynków energii, przede wszystkim transformację struktur rynków z konkurencji doskonałej na oligopolistyczne. Nie ma tu jednego modelu, który odpowiadałby złożonym warunkom funkcjonowania tych rynków. Obecnie w praktycznych realizacjach modeli stosuje się równowagę Cournota–Nasha, która pozwala uzyskać pewne rozwiązania i nie stwarza problemów numerycznych.

Literatura

[1] SUWAŁA W., KUDEŁKO M., KWIECIEŃ S., 1996 – Uwagi na temat opłacalności eksportu węgla kamiennego. X Konferencja Zagadnienia surowców energetycznych w gospodarce krajowej, Zakopane 15–18 października, s. 39–46.

[2] SUWAŁA W., KUDEŁKO M. – Wpływ skali produkcji na opłacalność eksportu węgla kamiennego, ZN GSMiE PAN, w druku.

[3] LAIDLER D., ESTRIN S., 1991 – Wstęp do mikroekonomii. Gebethner i Ska, Warszawa.
[4] TIROLE J., 1993 – The theory of Industrial Organization. The MIT Press.
[5] FUNDENBERG D., TIROLE J., 1996 – Game theory. The MIT Press.

Wojciech SUWAŁA

Economic problems of modelling fuels and energy systems

Abstract

The subjects of the paper are selected economic problems of fuel and energy systems modelling. Objective functions of the mathematical programming models for the regulated as well as perfect competition structures were discussed. These are minimization of energy supplies costs and maximization of net social surplus, i.e. sum of surpluses of producers and consumers. Problems of modelling oligopolistic structures were described and solution for duopoly demonstrated.

KEY WORDS: mathematical modelling, fuel-energy systems