



PIOTR W. SAŁUGA\*, KRZYSZTOF ZAMASZ\*\*, JACEK KAMIŃSKI\*\*\*

## Wycena górniczego projektu inwestycyjnego z elastycznością – podejście ‘MAD’ vs. model konsekwentnego drzewa stochastycznego

### Wprowadzenie

Do końca XX wieku wycena inwestycji z wykorzystaniem analizy opcji rzeczowych (*real options analysis*, ROA) stanowiła przedmiot dociekań głównie w obrębie wyspecjalizowanych środowisk naukowych. Jednak w ostatnich latach obserwuje się istotny wzrost zainteresowania metodą wyceny opcji również ze strony przemysłu i sektora bankowego. Analiza ROA coraz częściej postrzegana jest jako skuteczna alternatywa dla powszechnie stosowanej w procesie oceny efektywności ekonomicznej analizy zdyskontowanych przepływów pieniężnych (*discounted cash flow analysis*, DCF) – na wielu polach dystansująca tę ostatnią.

Rosnące zainteresowanie analizą opcji w kręgach przemysłowych i sektorze bankowym wynika naturalnie z ogólnie znanych atrybutów metody, a w szczególności z jej potencjału w zakresie wyceny elastyczności decyzyjnej związanej z możliwościami – w odpowiedzi na sygnały płynące z rynku – odwlekania terminu rozpoczęcia inwestycji oraz modyfikacji pierwotnie przyjętych strategii operacyjnych – już w trakcie jej realizacji. Możliwość

---

\* Dr hab. inż., prof. AGH, AGH Akademia Górniczo-Hutnicza, Wydział Zarządzania, Katedra Zarządzania w Energetyce, Kraków; e-mail: psaluga@zarz.agh.edu.pl

\*\* Dr, Wyższa Szkoła Biznesu w Dąbrowie Górniczej, Dąbrowa Górnicza;  
e-mail: krzysztof.zamasz@gmail.com

\*\*\* Dr hab. inż., prof. IGSMiE PAN, Pracownia Ekonomiki Energetyki, Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią PAN, Kraków; e-mail: kaminski@min-pan.krakow.pl

wyceny wartości elastyczności menadżerskiej pozwala na określanie wartości dochodowej (fundamentalnej) inwestycji w wymiarze bardzo zbliżonym do wartości rynkowej.

Diametralny wzrost zainteresowania analizą ROA wiąże się jednak głównie z upowszechnieniem stosunkowo prostego i przejrzystego modelu wyceny, którego podstawę stanowią:

- 1) budowa algorytmu na podstawie dyskretnych modeli kratownicowych (w tym w szczególności drzew dwumianowych),
- 2) przyjęcie pojedynczego instrumentu bazowego inwestycji w postaci wartości bieżącej brutto (*gross present value*, PV), rozwijającej się w czasie z tzw. zmiennością skonsolidowaną,
- 3) przyjęcie założeń o:
  - ◆ standardowemu ewoluowaniu instrumentu bazowego w czasie – zgodnie z iloczynowym procesem stochastycznym lub szablonem pochodnym,
  - ◆ stałości w czasie wartości parametrów zmienności przedsięwzięcia oraz stopy procentowej wolnej od ryzyka,
  - ◆ odrzuceniu wymogu zidentyfikowania bliźniaczych – w stosunku do wartości PV – publicznie notowanych instrumentów finansowych (tzw. założenie *marketed asset disclaimer*, MAD), replikujących wypłaty z inwestycji, dzięki czemu dotrzymany jest warunek wyceny w warunkach braku arbitrażu; walorem bliźniaczym wartości PV jest wartość bieżąca przedsięwzięcia (*net present value*, NPV) bez elastyczności (Copeland i Antikarov 2001).

Powyżej sformułowany model, określany niekiedy jako tzw. podejście MAD, zdobył stosunkowo szeroką popularność i jest chętnie stosowany przez analityków i finansistów zajmujących się praktyką oceny efektywności ekonomicznej przedsięwzięć inwestycyjnych.

Metodyka wyceny opcji rzeczowych znajduje najszerze zainteresowanie w branżach, gdzie gospodarowanie prowadzone jest w obszarach o dużym zakresie niepewności. Z tego też względu pierwsze aplikacje analizy ROA dedykowane były dla wyceny projektów realizowanych w górnictwie (Brennan i Schwartz 1985; Paddock i in. 1988), branży której specyfika funkcjonowania oznacza dla przedsiębiorców konieczność zmagania się z wysokim – wyższym niż w innych sektorach gospodarki – zakresem ryzyka, gdzie zarządzanie spółką niesie ze sobą częstokroć konieczność wyboru spośród wielu możliwych – lepszych lub gorszych – alternatyw inwestycyjnych lub operacyjnych.

Celem artykułu jest dostarczenie argumentów pokazujących, że bezpośrednie modelowanie wartości bieżącej brutto inwestycji zgodnie z iloczynowym procesem stochastycznym może znacznie odbiegać od rzeczywistości; w dopełnieniu krytyki tego schematu przedstawiono motywację przemawiającą za konstatacją, że przyjmowanie założenia MAD może w pewnych przypadkach skutkować okazją do arbitrażu, co jest sprzeczne z założeniami teoretycznymi sprawiedliwej wyceny opcji, a tym samym podważa w takim ujęciu zasadność stosowania metod opcyjnych. Jako alternatywę zaprezentowano konsekwentne modelowanie wahań PV w relacji do zmian pojedynczego instrumentu referencyjnego (ceny surowca) w czasie. Pierwotne modelowanie waloru referencyjnego i wtórne – instrumentu konse-

kutywnego oznacza przekształcenie wyceny przedsięwzięcia w model złożony, integrujący analizę opcji i analizę drzew decyzyjnych (Smith i Nau 1995; Zamasz i Saługa 2010; Zamasz 2011). Model ten zinterpretowano jako najbardziej przystający do rzeczywistości i dotrzymujący wymogów teoretycznych. Ponadto podkreślono znaczenie obserwacji, że występowanie możliwości czekania zmienia strukturę drzewa dwumianowego wartości PV projektu, w zależności od czasu życia tej opcji.

Wszystkie obliczenia przedstawiono na przykładzie hipotetycznego projektu inwestycyjnego, obejmującego zagospodarowanie nowej partii złoża węgla kamiennego.

## 1. Charakterystyka górniczego projektu inwestycyjnego i wycena w klasycznym modelu zdyskontowanych przepływów pieniężnych

Jak wspomniano, dla realizacji postawionych we wstępie celów artykułu posłużono się przykładem z branży wydobywczej węgla kamiennego. Przemysł górniczy jest jednym z tych sektorów gospodarki, w którym ze względu na dużą niepewność przyszłych zysków inwestowanie obciążone jest szczególnie dużą dozą ryzyka; oznacza to w konsekwencji częste pojawianie się kwestii doboru właściwej metodyki oceny efektywności podejmowanych przedsięwzięć – adekwatnej do jego skali.

Wyniki ocen efektywności ekonomicznej projektów realizowanych z zastosowaniem klasycznej metodyki zdyskontowanych przepływów pieniężnych (*discounted cash flow analysis*, DCF) są częstokroć dyskusyjne – poziom niezadowolenia inwestorów wzrasta, im większa niepewność co do danych wejściowych oraz mniej wiarygodnych informacji. Wysoki zakres ryzyka, związany generalnie z niepewnością co do ilości i jakości zasobów oraz co do przyszłych poziomów cen surowców (Kaliski i in. 2014; Szurlej i in. 2013; Szurlej i Janusz 2013; Siemek i in. 2011) i ich zapotrzebowania ze strony energetyki (Kamiński 2009; Kamiński i Kudelko 2010), skutkuje koniecznością stosowania w DCF wysokich stóp dyskontowych RADR (*risk-adjusted discount rates*), których oddziaływanie – w kontekście długoterminowości projektów górniczych – deprecjonuje wartości przepływów pieniężnych generowanych w późniejszych stadiach okresu istnienia. Zaniżanie wartości przedsięwzięć oraz konieczność niezwłocznego podejmowania bądź zarzucania projektów w zależności od poziomu NPV uważane są za najistotniejsze mankamenty analizy DCF.

Aktualnie uważa się, że stosowanie metody DCF do oceny projektów obejmujących aktywa geologiczno-górnicze znajdujące się na wczesnych etapach rozpoznania i zagospodarowania w jej klasycznej postaci jest bezpodstawne i bezprzedmiotowe.

Analiza opcji rzeczowych stanowi metodykę, która dzięki możliwości wyceny elastyczności decyzyjnej związanej z możliwością reagowania menadżerów projektów geologiczno-górniczych na zmieniające się warunki w otoczeniu społeczno-ekonomicznym oraz wyniki postępującego rozpoznania złoża niesie ze sobą potencjał przewyżczenia niedoskonałości analizy DCF.

Analizowany przykład dotyczy hipotetycznego projektu udostępnienia nowej partii złoża węgla kamiennego w kopalni X, która dysponuje 8-letnią koncesją na wydobywanie kopaliny w tym obszarze. Zasoby oszacowano w kategorii C1 na poziomie 7,3 mln Mg brutto. Służby kopalni oceniły, że udostępnienie partii złoża zrealizowane zostanie w ciągu 12 miesięcy roku „0”, natomiast przygotowanie pierwszej ściany wydobywczej wykonane zostanie w ciągu kolejnych 6 miesięcy (rok „1”). Kopalnia zakłada roczne docelowe tempo wydobycia w wysokości 1,38 mln Mg węgla brutto, niemniej jednak ze względu na harmonogram udostępnienia w pierwszym roku produkcji osiągnięte zostanie tylko 50% wartości docelowej produkcji. Biorąc pod uwagę wielkość zasobów, tempo produkcji i okres inwestycyjny sumaryczny okres istnienia projektu oszacowano na 6 lat. Projekt zakończy się więc na 2 lata przed upływem ważności koncesji.

Nakłady inwestycyjne na udostępnienie i zagospodarowanie nowego pola złoża oszacowano na 180 mln zł, z czego na drażnienie, obudowę i wyposażenie górniczych wyrobisk udostępniających (rok „0”) kopalnia planuje wydać 60 mln zł, natomiast na wyposażenie i uzbrojenie ściany wydobywczej (rok 1) – 120 mln zł. Założono, że nakłady kapitałowe zamortyzowane zostaną w ciągu całego okresu istnienia przedsięwzięcia (amortyzacja liniowa). Dla celów analizy przyjęto, że wartość złomowa stanowić będzie 5% całkowitych nakładów inwestycyjnych (9 mln zł). Kapitał obrotowy oszacowano na 12 mln zł. Przyjęto, że kapitał obrotowy wydany zostanie w pierwszym roku istnienia, a odzyskany – w ostatnim.

Założono, że likwidacja pola wydobywczego zrealizowana zostanie w ostatnim roku istnienia, po zakończeniu eksploatacji. Zarząd kopalni podjął decyzję, że rokrocznie dokonywane będą odpisy na Fundusz Likwidacji Zakładu Górniczego – na poziomie 9% wielkości amortyzacji; wpłaty na fundusz oprocentowane będą stopą w wysokości – średnio – 3% (zgodnie z przepisami ustawy Prawo geologiczne i górnicze – art. 128, ust. 4, pkt. 1). Koszty likwidacji oszacowane zostały na 20 mln zł.

Wydobywany węgiel poddawany będzie procesowi przeróbczemu. Oszacowano, że wychód węgla handlowego kształtować się będzie na poziomie 90%. Odpady (skała płonna) składowane będą na składowisku; koszt składowania wynosić będzie 7 zł/Mg odpadów.

Ponadto, na cały okres istnienia przedmiotowego projektu przyjęto założenie stałej ceny (*flat price*), którą odniesiono do aktualnie występującej – 220 zł/Mg. Bazując na doświadczeniach własnych łączne jednostkowe koszty operacyjne wydobycia i przeróbki oszacowano na poziomie 148 zł/Mg węgla brutto (liczba ta zawiera w sobie koszty ogólne i opłatę eksploatacyjną w wysokości 2,13 zł/Mg).

Wreszcie, dokonując oceny ryzyka założono, że stopa dyskontowa dostosowana do ryzyka RADR kształtować się będzie na poziomie 8,8%, przy finansowaniu projektu w 100% kapitałem własnym. Stopa dyskontowa dobrana została na zasadzie *benchmarku*, obejmującego analizę ryzyka podobnych projektów inwestycyjnych (Smith 1994, 2000; Saługa 2009). Ze względu na dość dobre rozpoznanie przedmiotowej partii złoża oraz dogodne warunki górniczo-geologiczne eksploatacji uznano, że najważniejszym czynnikiem ryzyka jest cena węgla handlowego. Poziom stopy wolnej od ryzyka określono na 3%.

Założono, że analiza DCF realizowana będzie w pieniądzu stałym. Przyjęto ponadto, że niepewne przepływy projektu dyskontowane będą stopą RADR, natomiast nakłady inwestycyjne (z kapitałem obrotowym) – stopą wolną od ryzyka. Założenie to przyjęto z uwagi na fakt, że nakłady kapitałowe nie są bezpośrednio związane z ryzykiem projektu.

Biorąc pod uwagę przyjęte założenia, w arkuszu MS Excel skonstruowano model oceny efektywności ekonomicznej przedmiotowego przedsięwzięcia kalkulujący wartość zaktualizowaną netto. Wartość ta oszacowana została na poziomie 5,91 mln zł. W myśl kryterium decyzyjnego analizy DCF projekt powinien być więc niezwłocznie realizowany.

Otrzymany wynik budzi jednak szereg wątpliwości – w ostatnich dekadach w związku z upowszechnianiem się teorii wyceny opcji rzeczowych w górnictwie i dużą liczbą publikacji, analizujących wiele empirycznych przypadków projektów inwestycyjnych podejmowanych w tej branży, pojawiło się zmodyfikowane, praktyczne kryterium decyzyjne mówiące, że przedsięwzięcie powinno być uruchamiane wyłącznie wtedy, gdy wartość NPV przewyższa poziom nakładów inwestycyjnych (projekt nie ma wówczas charakteru „marginalnego” – Davis 1998). Biorąc pod uwagę ten warunek przedmiotowy projekt nie powinien być aktualnie przyjęty do realizacji zwłaszcza, że kopalnia X dysponuje opcją czekania, wynikającą z koncesji. Wartość NPV policzona przy założeniu, że projekt uruchomiony zostanie po dwóch latach jest jednak ujemna (działanie czynnika dyskonta) i wynosi –12,52 mln zł (tab. 1).

Metodyką, która pozwala na wycenę wartości przedsięwzięcia z przedmiotową opcją zwłoki jest analiza opcji rzeczowych. Poniżej przedstawiono kalkulację wartości bieżącej netto (tzw. rozszerzonej, strategicznej lub opcyjnej) przedsięwzięcia w uznanym i popularyzowanym modelu Copelanda-Antikarova (2001), zwanym również podejściem MAD.

## 2. Dominujące podejście w analizie opcji rzeczowych

Aktualnie jako uniwersalny i stosunkowo prosty algorytm określania rozszerzonej wartości zaktualizowanej netto (*expanded NPV* lub *XNPV*) przedsięwzięć uznawane jest wspomniane podejście Copelanda-Antikarova, którego podstawę stanowią:

- ◆ realizacja wyceny w dyskretnym modelu kratownicowym (zwykle w formie drzewa dwumianowego),
- ◆ założenie, że instrumentem bazowym – pojedynczym – jest wartość zaktualizowana brutto przedsięwzięcia (PV), która rozwija się w czasie zgodnie z iloczynowym procesem stochastycznym, stanowiącym dwumianową aproksymację geometrycznego ruchu Browna (*geometric Brownian motion*, GBM),
- ◆ założenie, umożliwiające sprawiedliwą wycenę opcji w warunkach neutralności względem ryzyka stanowiące, że instrumentem bliźniaczym wartości PV jest kalkulowana w sposób tradycyjny („statyczny”) wartość zaktualizowana netto – NPV (założenie MAD).

Tabela 1. Arkusz przepływów pieniężnych z kalkulacją PV/NPV hipotetycznego projektu górniczego (początek inwestycji – rok 2)

Table 1. Discounted cash flow spreadsheet of a hypothetical hard coal project with PV/NPV calculations (initial investments – year 2)

Dane									
zasoby brutto [mln Mg]	7,30			jedn. koszty operac. [zł/Mg]					160,00
wychód	90%			koszt skł. odpadów [zł/Mg]					7,00
zasoby węgla handlowego [mln Mg]	6,57			koszty likwidacji [mln zł]					20,00
nakłady inwestycyjne [mln zł]	180,00			odpis na likwidację					9%
kapitał obrotowy [mln zł]	12,00			wartość złomowa [mln zł]					9,00
śr. tempo produkcji (brutto) [mln/rok]	1,38			stopa wolna od ryzyka					3%
cena węgla handlowego [zł/Mg]	220,00			stopa dyskontowa RADR					8,84%

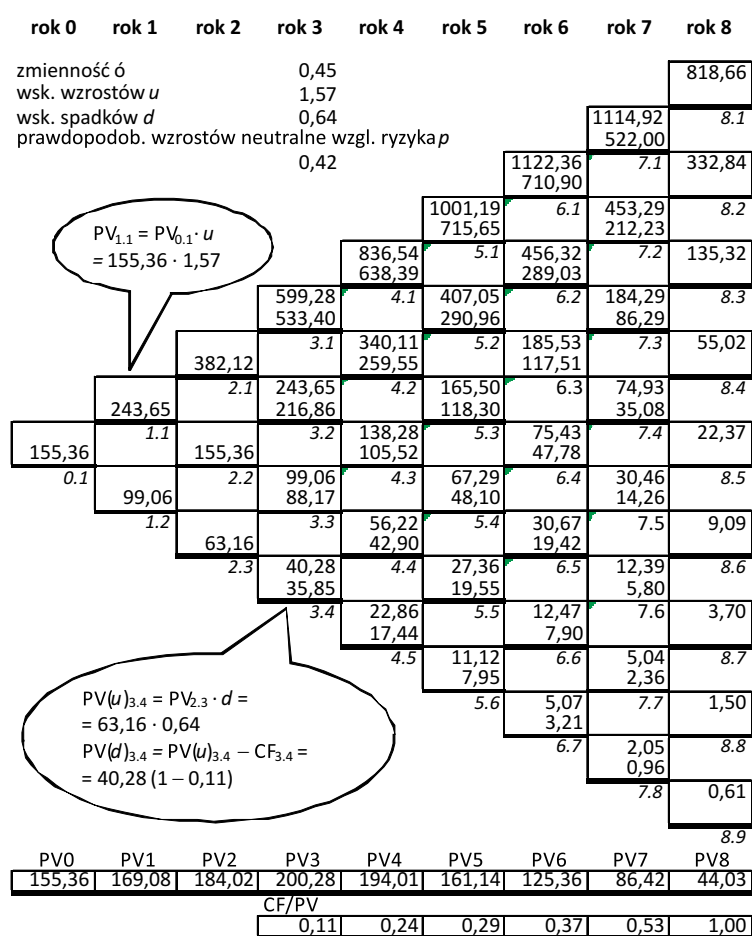
Kalkulacja PV		zwłoka	inwestycja		produkcja			likwid.
rok	0–1	2	3	4	5	6	7	8
cena węgla handlowego [zł/Mg]			220,00	220,00	220,00	220,00	220,00	220,00
jednostkowe koszty operacyjne [zł/Mg]			160,00	160,00	160,00	160,00	160,00	160,00
produkcja węgla brutto [mln Mg]			0,69	1,38	1,38	1,38	1,38	1,09
produkcja węgla handlowego [mln Mg]		0	0,621	1,242	1,242	1,242	1,242	0,981
przychód brutto [mln zł]		0	136,62	273,24	273,24	273,24	273,24	215,82
minus koszty operacyjne [mln zł]		0	110,40	220,80	220,80	220,80	220,80	174,40
minus koszty skł. odpadów [mln zł]			0,48	0,97	0,97	0,97	0,97	0,76
minus odpis na FLZG [zł]			0,90	3,28	3,28	3,28	3,28	3,28
zysk brutto [mln zł]		0	24,84	48,20	48,20	48,20	48,20	37,38
minus amort. [mln zł]			10,00	36,40	36,40	36,40	36,40	36,40
dochód do opodatkowania [mln zł]		0	14,84	11,80	11,80	11,80	11,80	0,98
minus podatek dochod. (19%) [mln zł]		0	2,82	2,24	2,24	2,24	2,24	0,19
zysk netto [mln zł]		0	12,02	9,56	9,56	9,56	9,56	0,79
plus amortyzacja [mln zł]		0	10,00	36,40	36,40	36,40	36,40	36,40
plus wartość złomowa [mln zł]								9,00
plus FLZG [mln zł]								17,84
minus koszty likwidacji [mln zł]								20,00
przepływ pieniężny (CF) netto [mln zł]		0	22,02	45,96	45,96	45,96	45,96	44,03
zdyskontowany CF [mln zł]		0	17,08	32,75	30,10	27,65	25,41	22,37
<b>PV (8,94%) [mln zł]</b>	<b>155,36</b>							

Kalkulacja NPV									
środki kapitałowe (CAPEX) [mln zł]		60,00	132,00						-12,00
zdyskontowane CAPEX [mln zł]		56,56	120,80						-9,47
Σ zdysk. CAPEX (3%) [mln zł]	167,88								
<b>NPV (PV – Σ zdysk. CAPEX) [mln zł]</b>	<b>-12,52</b>								

Punkt wyjścia do wyceny projektu z elastycznością w wymienionym modelu stanowi więc zbudowanie drzewa zmian instrumentu bazowego. Pierwszym krokiem jest oszacowanie wartości bieżącej projektu brutto PV w chwili „0” (tab. 1). Wartość PV przedsięwzięcia (odłożonego o dwa lata – dalej zostanie wyjaśnione dlaczego w takim ujęciu) kształtuje się na poziomie 155,36 mln zł. Roczną zmienność skonsolidowaną przedsięwzięcia ( $\sigma$ ), szacowaną z zastosowaniem podejścia logarytmicznych stóp zwrotu z wartości bieżącej (*logarithmic PV returns approach*, LPVR) (Copeland, Antikarov 2001; Mun 2006), określono na poziomie 45%. Mając skalkulowaną zmienność, w kolejnym kroku obliczono wskaźniki wzrostów ( $u = e^{\sigma \Delta t}$ ) oraz spadków ( $d = 1/u$ ) w iloczynowym procesie stochastycznym, zakładając roczny krok kolejnych zmian wartości PV.

Dwumianowe drzewo zmienności wartości PV przedstawiono na rysunku 1. Poszczególne węzły oznaczono według schematu X.Y, gdzie X oznacza numer kolejnego roku, a Y numer węzła, licząc od wartości największej do najmniejszej. W przedziale od roku 0 do 2 można zaobserwować wyłącznie zmiany wartości PV wynikające ze zmienności; od roku 3 rozpoczyna się proces wypłat przepływów pieniężnych („dywidend”) generowanych w wyniku realizacji projektu – aż do zakończenia i likwidacji projektu w roku 8. Wielkość przepływów pieniężnych w poszczególnych węzłach jest proporcjonalna do określonych w nich wartości PV, a proporcja ta obliczona została jako stosunek niezdykontowanych CFi/PVi i-tego roku w arkuszu „statycznym” DCF (tab. 1).



Objaśnienia:

CF – przepływ pieniężny

Pv0, Pv1 ... Pv8 – oczekiwane wartości PV w kolejnych latach

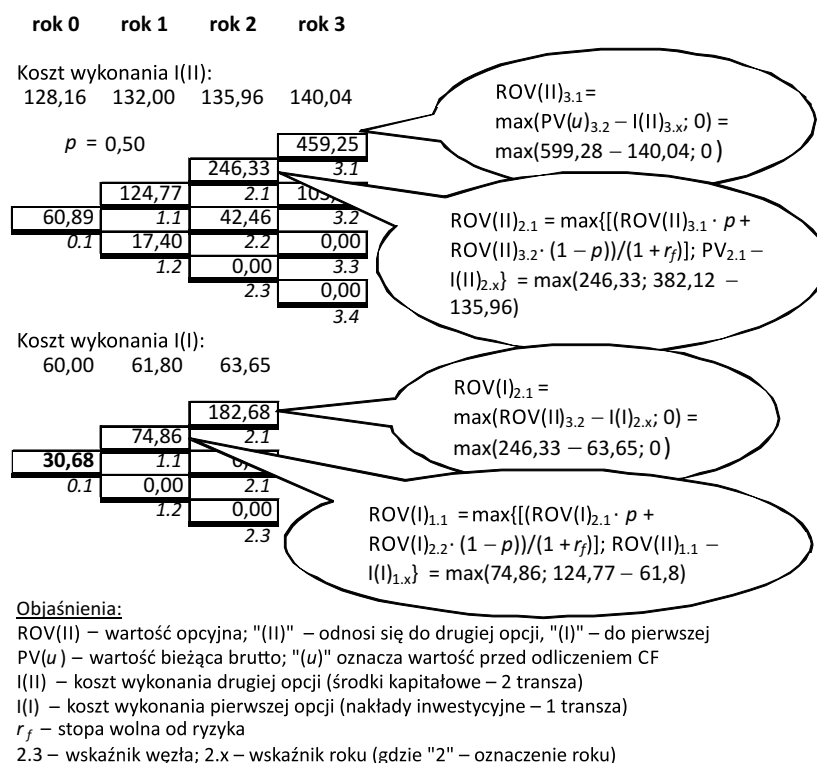
PV – wartość bieżąca; „(u)” – przed odliczeniem CF, „(d)” – po odliczeniu CF

3.4 – wskaźnik węzła (gdzie "3" – oznaczenie roku, "4" – kolejny nr węzła)

Rys. 1. Iloczynowe drzewo zmienności wartości PV (2-letnia opcja czekania)

Fig. 1. Multiplicative PV's stochastic tree (2-year waiting option)

Wycenę projektu ze składaną (obejmującą dwa walory – dwie transze nakładów inwestycyjnych) opcją czekania, nazywaną również opcją wycofania się z przedsięwzięcia wielofazowego, przedstawiono na rysunku 2. Czas życia opcji wynosi 2 lata. Koszt wykonania drugiego waloru stanowi suma nakładów inwestycyjnych koniecznych do poniesienia w drugim roku inwestycji (nakłady na przygotowanie pola i uzbrojenie ściany) wraz z kapitałem obrotowym, natomiast koszt wykonania pierwszej opcji – pierwsza transza nakładów inwestycyjnych (udostępnienie partii). Z uwagi na przesunięcie projektu w czasie wielkości obu transzy kapitalizowano/dyskontowano.



Rys. 2. Wycena hipotetycznego projektu węglowego ze składaną opcją czekania w modelu iloczynowego drzewa stochastycznego – podejście MAD

Fig. 2. Valuation of the hypothetical hard coal project in the multiplicative stochastic tree – the MAD approach

Z uwagi na przyjęcie założenia o instrumencie bliźniaczym, którego istnienie pozwala na sprawiedliwą wycenę opcji w warunkach neutralności względem ryzyka, w drzewie zmian PV zastosowano dyskontowanie stopą wolną od ryzyka. Wartość opcyjna XNPV projektu w przedstawionym modelu iloczynowym kształtuje się na poziomie 30,68 mln zł – zatem wartość elastyczności decyzyjnej związana z możliwością odłożenia inwestycji w czasie (różnica XNPV i NPV) wynosi 30,68–5,91 = 24,77 mln zł.



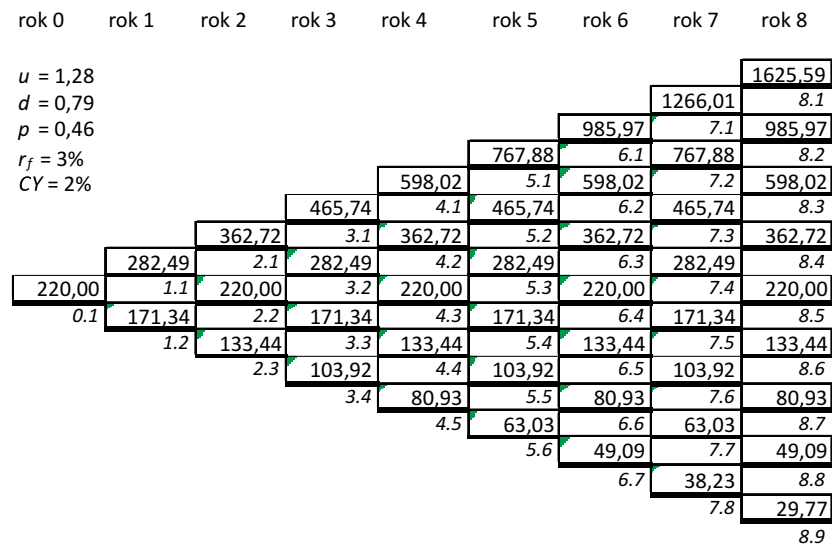
Wycena projektu z zastosowaniem przedstawionego podejścia nasuwa jednak szereg wątpliwości. Po pierwsze pojawia się pytanie, na ile iloczynowy proces stochastyczny odpowiada realiom? Jak można łatwo zauważyć, zasada drzewa iloczynowego eliminuje możliwość występowania negatywnych wartości PV, co przeczy doświadczeniom empirycznym (Saługa 2011) – w rzeczywistości wartość bieżąca projektu brutto może przybierać wartości ujemne – wystarczy wyobrazić sobie rok, w którym koszty operacyjne znacznie przewyższają przychody ze sprzedaży; trudno więc zakładać, że PV zawsze będzie zmieniać się w czasie zgodnie z iloczynowym procesem stochastycznym. Po drugie przyjmowanie założenia MAD, stanowiącego że oszacowana w sposób subiektywny NPV jest rynkowym odpowiednikiem wartości PV projektu inwestycyjnego oznacza *de facto* zignorowanie możliwości określenia aktywów bliźniaczych dla niego samego lub jakichkolwiek jego zmiennych. Założenie MAD – za wyjątkiem stopy dyskontowej – abstrahuje od możliwości zidentyfikowania wszelkich innych związków wycenianego projektu z rynkiem. Przypadek przedsięwzięcia, którego choćby jeden parametr ma jednak swój bliźniaczy odpowiednik notowany na rynku (np. cena surowca – jego cenę *forward*), może w konsekwencji skutkować okazją arbitrażu, co podważa zasadność zastosowania wyceny opcji.

### 3. Zintegrowane podejście do wyceny projektów z elastycznością

Przykład dyskutowanego projektu górniczego stanowi przypadek, kiedy jeden z najbardziej istotnych czynników projektu – cena węgla – jest tym parametrem, który ma swoje publicznie notowane instrumenty bliźniacze – ceny *forward/futures*. Dla ceny węgla możliwe jest więc zbudowanie portfela replikującego; jednak, aby portfel ten był wolny od ryzyka musi istnieć deterministyczny związek pomiędzy ceną *spot* węgla i ceną w transakcji terminowej. Związek ten określony jest poprzez dochód z tytułu rzeczywistego posiadania surowca (*convenience yield*, CY), który można zdefiniować jako przepływ usług, który przypada jego właścicielowi, ale nie posiadaczowi kontraktu na jego przyszłą dostawę (Kaldor 1939; Working 1949). Dochód CY można oszacować, przy świadomości jego zmienności w czasie – dla celów artykułu przyjęto CY na poziomie 2% (Saługa i Grudziński 2009).

Założono, że zmiany ceny węgla następują zgodnie z iloczynowym procesem stochastycznym, stanowiącym dwumianową aproksymację geometrycznego ruchu Browna. Założenie to jest uzasadnione, gdyż istnieją przekonujące argumenty, że geometryczny GBM stanowi dobrą charakterystykę fluktuacji cen. Zmienność ceny przyjęto w wysokości 25% (Saługa i Grudziński 2009). Dysponując tymi parametrami można w sposób bezpośredni modelować drzewo zmian ceny, jako punkt wyjścia traktując cenę bieżącą, stosowaną w kalkulacji NPV (rys. 3).

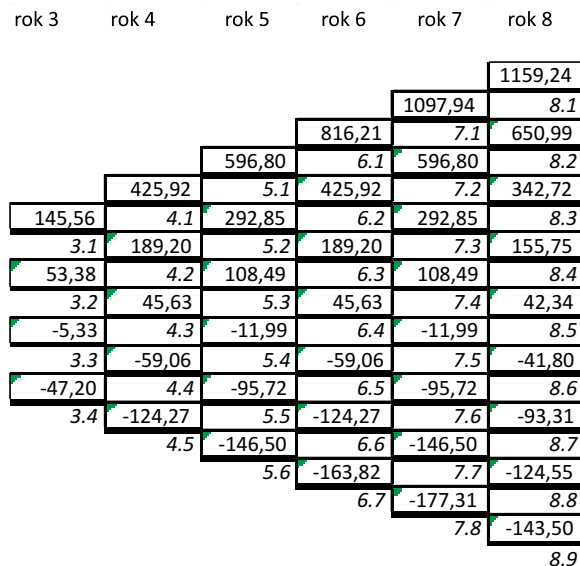
Ze względu na fakt, że pozostałe niepewne parametry projektu nie mają swoich rynkowych odpowiedników – są czynnikami ryzyka specyficznego lub własnego (*private risk*) – przyjęto założenie, że ryzyko to odzwierciedlone będzie w poziomie stopy dyskontowej



Rys. 3. Iloczynowe drzewo dwumianowe zmian ceny węgla

Fig. 3. Hard coal price binomial tree

„dostosowanej do ryzyka” – odpowiednio skorygowanej z uwagi na fakt, że przed ryzykiem związanym z ceną można się skutecznie zabezpieczyć. Warto podkreślić, że założenie o zastosowaniu stawki RADR dla wyceny ryzyka własnego zmienia model wyceny opcji w model drzewa decyzyjnego (Zamasz 2011).



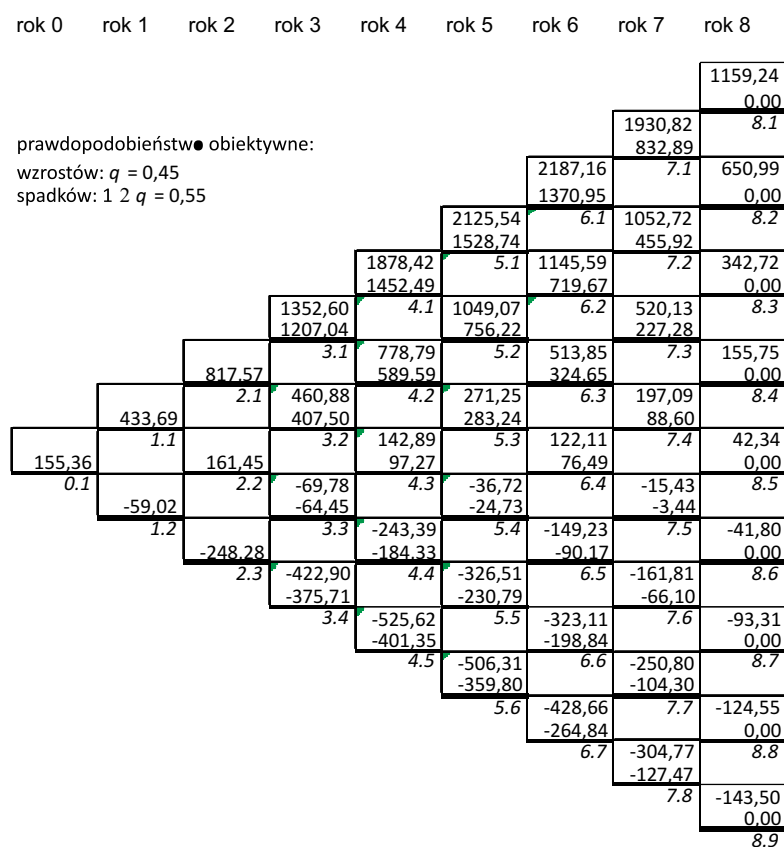
Rys. 4. Dwumianowe drzewo zmian wartości przepływów pieniężnych projektu dla 2-letniej opcji zwłoki

Fig. 4. Binomial tree of project's CF values for two-year waiting option

Skorygowaną stawkę RADR oszacowano w następujący sposób: znając udział procentowy (4,23%) czynników przychodowych – ceny i wielkości produkcji – w wyjściowej 8,84-procentowej stopie dyskonta (Smith 1994, 2000) oraz dysponując wynikami analizy wrażliwości w „statycznym” arkuszu NPV skalkulowano, że w obrębie czynników przychodowych około 70% ryzyka wynika z niepewności ceny, natomiast 30% – z niepewności co do wielkości zasobów i utrzymania wielkości produkcji. Po wyłączeniu więc ze stopy 8,84% procentu związanego z ryzykiem ceny węgla (3%) stopę RADR, uwzględniającą ryzyko własne, oszacowano na 5,84%.

Drzewa zmian przepływów pieniężnych projektu (rys. 4) i wartości bieżącej brutto PV (rys. 5) konstruowano w sposób konsekwentny w odniesieniu do drzewa zmian ceny węgla, który to parametr jest dla CF i PV instrumentem referencyjnym (Saługa 2013).

Warto zwrócić uwagę, że w drzewie PV prawdopodobieństwa zmian pomiędzy węzłami (tu: obiektywne) są inne (tu:  $q = 0,45$ ,  $1 - q = 0,55$ ) niż w drzewie instrumentu referencyjnego (ceny). Widać też wyraźnie, że model fluktuacji wartości PV w czasie nie jest iloczynowym



Rys. 5. Dwumianowe drzewo zmian wartości PV projektu w czasie dla 2-letniej opcji zwłoki

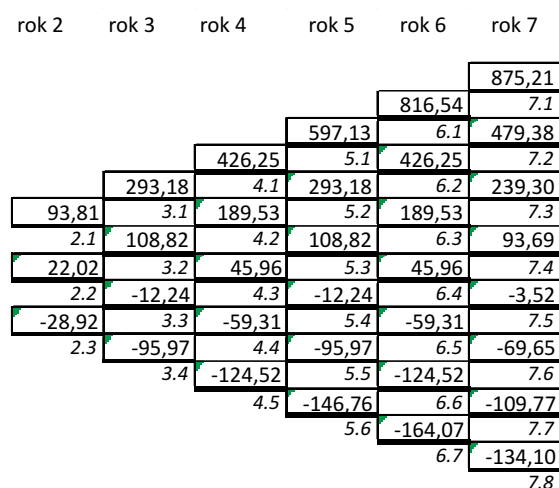
Fig. 5. Binomial tree of PV values for two-year waiting option

procesem stochastycznym – występują ujemne PV, a kolejne jej wartości w sukcesywnych węzłach nie są bynajmniej iloczynem wskaźników wzrostów/spadków oraz wartości PV z węzłów poprzednich. Obserwacja wartości PV w analogicznych węzłach obu drzew zmian PV (otrzymanego i iloczynowego, zbudowanego w podejściu MAD) pokazuje, że zmienności instrumentu bazowego również są zupełnie odmienne.

Wartość opcyjna, obliczona w sposób analogiczny do metodyki kalkulacji przedstawionej dla modelu iloczynowego w podejściu MAD (rys. 2 – prawdopodobieństwo neutralne względem ryzyka  $p$  zostaje zastąpione prawdopodobieństwem obiektywnym  $q$ , a stopa wolna od ryzyka  $r_f$  – stawką RADR), kształtuje się na poziomie 146,80 mln zł, co oznacza, że wartość elastyczności decyzyjnej wynosi aż 140,89 mln zł. Duża zmienność ceny oddziałuje na projekt niezwykle istotnie.

W tym miejscu należy przytoczyć często niezauważany lub pomijany fakt, że opcja czekania zmienia strukturę zmienności wartości PV (Saługa 2011) – przykładowo: w przypadku odłożenia przedmiotowej inwestycji o rok pierwsze przepływy wystąpią w roku 2 i – ze względu na schemat drzewa zmienności – będą to trzy możliwe wartości (węzły 2.1–2.3) (rys. 6); jeśli natomiast zwłoka wynosić będzie 2 lata, pierwsze CF pojawią się w roku 3 i będą to już 4 wartości (węzły 3.1–3.4) itd. (rys. 4). W zależności więc od okresu istnienia opcji czekania należy stosować odmienne drzewa zmienności PV. Ponadto, należy zwrócić uwagę na fakt, że opcję czekania w pewnych przypadkach – w zależności od poziomu zmienności ceny – opłaca się wykonać przed terminem (tab. 2). Granicznym poziomem zmienności ceny, przy którym inwestorowi obojętne jest, kiedy zrealizować przedmiotową opcję jest wartość 14,24%.

Rozważania przedstawione powyżej pokazują, że modelowanie PV z wykorzystaniem iloczynowego procesu stochastycznego generalnie nie koresponduje z rzeczywistością.



Rys. 6. Dwumianowe drzewo zmian wartości przepływów pieniężnych projektu dla rocznej opcji zwłoki

Fig. 6. Binomial tree of project's CF values for one-year waiting option

Tabela 2. Wartość strategiczna i kryterium decyzyjne wykonania 2-letniej opcji zwłoki w zależności od poziomu zmienności ceny węgla

Table 2. Strategic value and exercise criterion of 2-year waiting option and depending on the hard coal price volatility

Zmienność ceny	Prawdopodobieństwo obiektywne wzrostów	XNPV [mln zł] w zależności od terminu wykonania		Decyzja o uruchomieniu
		w 1. roku	w 2. roku	
5%	0,46	19,24	15,05	po upływie roku
10%	0,47	44,30	38,71	
<b>14,24%</b>	<b>0,47</b>	<b>65,70</b>	<b>65,70</b>	<b>obojętnie kiedy</b>
15%	0,47	69,66	70,77	po upływie dwóch lat
20%	0,46	95,15	105,60	
25%	0,45	121,01	146,80	
40%	0,42	197,37	245,80	
60%	0,37	297,94	382,03	
80%	0,33	394,40	507,72	

W zakończeniu można postawić pytanie, czy rzeczywistego procesu zmian PV oddaje nie proces iloczynowy, a może addytywny, który dopuszcza występowanie wartości ujemnych. Zagadnienie to, jako przekraczające zakres niniejszej pracy, pozostawiono do dalszych rozważań.

## Wnioski i podsumowanie

Od kilku dekad analiza opcji rzeczowych ROA, jako potencjalna alternatywa dla klasycznej metodyki DCF, budzi coraz szersze zainteresowanie w kręgach gospodarczych (w tym również branży górniczej) oraz środowiskach bankowych.

Jedną z najważniejszych niedoskonałości powszechnie stosowanej w procesach oceny efektywności projektów analizy zdyskontowanych przepływów pieniężnych jest nieoszacowywanie wartości przedsięwzięć – w szczególności długoterminowych i obciążonych ryzykiem. Teoria wyceny opcji tłumaczy brak kompatybilności pomiędzy wartościami rynkowymi a fundamentalnymi aktywów rzeczowych faktem ignorowania lub uwzględniania w niewłaściwy sposób wartości „elastyczności decyzyjnej” (*managerial flexibility*), związanej z możliwościami:

- ◆ powstrzymywania się z podejmowaniem projektów inwestycyjnych,
- i/lub
- ◆ modyfikowania z czasem przyjętych na wstępie strategii operacyjnych (zwiększanie, zmniejszanie skali prowadzonej produkcji, zmiana profilu działalności, likwidacja przedsięwzięcia).

Waga możliwości elastycznego reagowania na pojawiające się w otoczeniu przedsięwzięcia i w nim samym sygnały determinujące jego ekonomiczną efektywność bywa doceniana przez przedsiębiorców – często nieomal na równi z rezultatami analizy DCF. Wartości opcji rzeczowych:

- 1) mogą radykalnie zmieniać decyzje podejmowane przez przedsiębiorstwa,
- 2) są bardziej, niż wyniki analizy DCF, zgodne z intuicją kierownictwa.

Przedsięwzięcia z branży geologiczno-górnictwej były jednymi z pierwszych, które posłużyły za ilustrację aplikacji teorii wyceny opcji rzeczowych (Brennan i Schwartz 1985; Paddock i in. 1988). Przemysł wydobywczy pozostaje wciąż sektorem, gdzie zastosowań analizy ROA jest najwięcej. Wynika to zasadniczo z dużej niepewności co do warunków gospodarowania w tym obszarze, w tym koniecznością zmagania się z dużą zmiennością przychodów.

Jednym z zasadniczych problemów, który blokował proces rozprzestrzeniania się analizy ROA w przemyśle było skomplikowanie algorytmu wyceny opcji. Istotną innowacją, która umożliwiła znaczne jego uproszczenie, było wprowadzenie dwumianowego modelu dyskretnego (Cox i in. 1979), aproksymującego ciągły model wyceny opcji. Jednak zasadniczy przełom stanowiło wypracowanie przez Copelanda i Antikarova zbudowanego na tym modelu uniwersalnego podejścia praktycznego, bazującego na tzw. założeniu MAD (*marketed asset disclaimer*).

Algorytm metodyki wyceny opcji jest pozornie prosty – podstawę stanowi opracowanie stochastycznego modelu zmian waloru bazowego (na którym są określone opcje), zidentyfikowanie jego publicznie notowanego instrumentu bliźniaczego, a następnie skonstruowanie portfela replikującego wypłatę z waloru bazowego i opcji, umożliwiającego przeprowadzenie jej wyceny w warunkach neutralności względem ryzyka przy braku możliwości arbitrażu.

Podejście MAD zakłada, że walorem bazowym w procesie wyceny opcji rzeczowych jest wartość bieżąca brutto (PV) wycenianego przedsięwzięcia, która rozwija się w czasie zgodnie ze standardowym procesem stochastycznym, natomiast jej instrumentem bliźniaczym jest oszacowana w sposób subiektywny „statyczna” wartość zaktualizowana netto NPV, która antycypuje wartość rynkową projektu.

Celem niniejszej pracy było pokazanie, na przykładzie hipotetycznego projektu górnictwego, że implementacja podejścia MAD do rzeczywistych przedsięwzięć rzeczowych jest nieadekwatna i wywołuje liczne wątpliwości.

Jednym z podstawowych założeń w podejściu MAD jest założenie, że instrumenty bazowe opcji rzeczowych (tu: wartości PV) zmieniają się w czasie – podobnie jak ich finansowe odpowiedniki – zgodnie z geometrycznym ruchem Browna lub procesem pochodnym. Założenie to wyprowadzono z dowodu Samuelsona (*Samuelson's proof*), że właściwie antycypowane ceny fluktuują losowo (Samuelson 1965).

W artykule wykazano, że bezpośrednio modelowanie PV za pomocą standardowego procesu stochastycznego nie odpowiada rzeczywistości i eliminuje cały szereg projektów, charakteryzujących się możliwością wystąpienia ujemnych wartości PV.

Po drugie, jak wspomniano, teoria wyceny opcji bezwzględnie wymaga zidentyfikowania notowanego publicznie instrumentu bliźniaczego, którego występowanie stanowi warunek dla zbudowania portfela replikującego i określenia sprawiedliwej ceny opcji w warunkach braku arbitrażu i ryzyka. Ze względu na fakt, że rozpoznanie takiego instrumentu na rynkach jest praktycznie niemożliwe autorzy koncepcji MAD przyjęli, że instrumentem bliźniaczym projektu jest projekt *per se*. Tym samym przekreślono możliwość zidentyfikowania takich walorów dla jakichkolwiek jego zmiennych – np. cen. W konsekwencji, subiektywne modelowanie przepływów pieniężnych może oznaczać możliwość skorzystania z arbitrażu, jeśli tylko jakieś elementy przedsięwzięcia mają swoje rynkowe odpowiedniki.

W artykule pokazano, że PV powinna być modelowana w sposób wtórny – konsekwentny, gdy pierwotnie modelowane są najważniejsze parametry projektu (np. ceny) – tzw. instrumenty referencyjne (Saługa 2011, 2013). W tym przypadku drzewo zmienności PV powstaje wskutek adiustacji przepływów pieniężnych przedsięwzięcia tymi instrumentami. Przyjmowanie ceny surowca, jako instrumentu referencyjnego, znajduje uzasadnienie w następujących przesłankach:

- 1) cena stanowi najbardziej zmienny parametr przedsięwzięcia; jej rozwijanie się w czasie zgodnie z geometrycznym ruchem Browna jest niekwestionowane;
- 2) cena surowca mineralnego ma zwykle swoje notowane publicznie instrumenty bliźniacze (ceny *forward/futures*) – jest więc możliwe wiarygodne określenie jej zmienności oraz skonstruowanie portfela replikującego, pozwalającego na wycenę w warunkach braku arbitrażu.

Podejście obejmujące konstruowanie drzewa konsekwentnego niesie ze sobą konieczność pokonywania szeregu przeszkód technicznych spowodowanych strukturą konkretnych przepływów pieniężnych i specyfiką przedsięwzięcia; wśród najważniejszych komplikacji należy wymienić m.in. transformację zmienności oraz prawdopodobieństw w drzewach, a także – w przypadku występowania kilku instrumentów referencyjnych – konieczność wyceny opcji tęczowych. Ponadto, dla poprawnej realizacji wyceny ryzyko pozostałych niepewnych zmiennych przedsięwzięcia, które nie mają swoich odpowiedników rynkowych, należy odzwierciedlić w skorygowanej stopie dyskontowej. Wypada podkreślić, że otrzymywane w wyniku adiustacji przepływów instrumentami referencyjnymi konsekwentne drzewo PV nie jest zwykle ani regularnym drzewem iloczynowym, ani addytywnym, a jego zmienność jest zupełnie inna od zmienności pierwotnie modelowanego instrumentu referencyjnego.

W pracy uwypuklono ponadto znaczenie istotnego problemu, pojawiającego się w przypadku występowania opcji zwłoki – występowania różnych struktur kratownicowej zmienności PV w zależności od okresu życia opcji. Może ono powodować opłacalność realizacji opcji czekania przed terminem jej wygaśnięcia.

W zakończeniu należy stwierdzić, że celem niniejszego artykułu nie jest zdezwuowanie metody wyceny opcji, a jedynie jej ewentualna modyfikacja. W tekście dostarczono jedynie argumenty podważające uznane podejście analizy ROA oraz zaakcentowano kilka problemów, które wymagają bardziej szczegółowych dociekań i wyczerpującego naukowego opisu. Te pozostawiono do dalszych studiów i opracowań.

## LITERATURA

- Brennan, M.J. i Schwartz, E.S. 1985. A New Approach to Evaluating Natural Resource Investments. *Midland Corporate Finance Journal* 3, s. 37–47.
- Copeland, T. i Antikarov, V. 2001. *Real Options: A Practitioner's Guide*. Texere, Thompson Corporation, 370 s.
- Cox i in. 1979 – Cox, J.C., Ross, S.A. i Rubinstein, M. 1979. Option Pricing: a Simplified Approach. *Journal of Financial Economics* 7(3), s. 229–263.
- Davis, G.A. 1998. One Project, Two Discount Rates. *Mining Engineering* 50(4), s. 70–74.
- Kaldor, N. 1939. Speculation and Economic Stability. *Review of Economic Studies* 7, s. 1–27.
- Kaliski i in. 1979 – Kaliski, M., Krupa, M., Sikora, A. i Szurlej, A. 2014. Ekonomiczne aspekty pozyskania gazu z formacji łupkowych na podstawie doświadczeń rynku północnoamerykańskiego. *Rynek Energii* 110(1), s. 151–158.
- Kamiński J., 2009. The impact of liberalisation of the electricity market on the hard coal mining sector in Poland. *Energy Policy* vol. 37, is. 3, March 2009, Pages 925–939.
- Kamiński, J. i Kudelko, M. 2010. The prospects for hard coal as a fuel for the Polish power sector. *Energy Policy*. vol. 38, is. 12, December 2010, Pages 7939–7950.
- Mun J., 2006. *Real Options Analysis – Tools and Techniques for Valuing Strategic Investments and Decisions*. New Jersey: Wiley, Hoboken, 290 s.
- Paddock i in. 1979 – Paddock, J.L., Siegel, D.R. i Smith, J.L., 1988. Option Valuation of Claims on Real Assets: the Case of Offshore Petroleum Leases. *Quarterly Journal of Economics* 103(3), s. 470–508.
- Saługa, P. 2009. Ocena ekonomiczna projektów i analiza ryzyka w górnictwie. Kraków: *Studia, Rozprawy, Monografie* nr 152, Wyd. IGSMiE PAN, 278 s.
- Saługa, P. i Grudziński, Z. 2009. Określenie zmienności cen i premii z tytułu składowania (*convenience yield*) dla węgla kamiennego. *Polityka Energetyczna – Energy Policy Journal* 12(2), Wyd. IGSMiE PAN, s. 525–542.
- Saługa, P. 2011. Elastyczność decyzyjna w procesach wyceny projektów geologiczno-górnictwowych. Kraków: *Studia, Rozprawy, Monografie* nr 167, Wyd. IGSMiE PAN, 269 s.
- Saługa, P. 2013. O referencyjnym i konsekwentnym instrumentach bazowym opcji rzeczowych [W:] Marcinek K. red. Inwestowanie w aktywa rzeczowe i finansowe; *Studia Ekonomiczne. Zeszyty Naukowe Wydziałowe Uniwersytetu Ekonomicznego w Katowicach* 155, s. 402–418.
- Samuelson, P. 1965. Proof that Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly. *Industrial Management Review* s. 41–49.
- Siemek i in. 1979 – Siemek, J., Kaliski, M., Rychlicki, S., Janusz, P., Sikora, S. i Szurlej, A. 2011. Wpływ shale gas na rynek gazu ziemnego w Polsce. *Rynek Energii* 96(5), s. 118–124.
- Smith, J.E. i Nau, R.F. 1995. Valuing Risky Projects: Option Pricing Theory and Decision Analysis. *Management Science* 14(5), s. 795–816.
- Smith, L.D. 1994. *Discount Rates and Risk Assessment in Mineral Project Evaluations*. *Transactions Institution of Mining & Metallurgy (Sect. A: Mineral Industry)*.
- Smith, L.D. 2000. Discounted Cash Flow Analysis and Discount Rates. *Special Session on Valuation of Mineral Properties Mining Millennium 2000*. Toronto, Ontario, 8 marzec 2000.
- Szurlej, A. i Janusz, P. 2013. Gospodarka gazem ziemnym na rynku amerykańskim i europejskim. *Gospodarka Surowcami Mineralnymi – Mineral Resources Management* 29(4), pp. 77–94.
- Szurlej i in. 1979 – Szurlej, A., Mirowski, T. i Kamiński, J. 2013. An analysis of changes in the power generation fuel-mix: The energy policy context. *Rynek Energii* vol. 104, is. 1, p. 3–10.
- Zamasz, K. i Saługa, P. 2010. Ocena efektywności ekonomicznej projektu rozbudowy mocy elektrociepłowni z wykorzystaniem analizy drzew decyzyjnych. *Rynek Energii* 87(2), s. 165.
- Zamasz, K. 2011. Metoda drzew decyzyjnych a analiza opcji rzeczowych w procesach oceny efektywności ekonomicznej przedsięwzięć energetycznych. *Rynek Energii* 93(2), s. 141.
- Working, H. 1949. Theory of the Price of Storage. *American Economic Review* 39, s. 1254–62.



**WYCENA GÓRNICZEGO PROJEKTU INWESTYCYJNEGO Z ELASTYCZNOŚCIĄ –  
PODEJŚCIE ‘MAD’ VS. MODEL KONSEKUTYWNEGO DRZEWA STOCHASTYCZNEGO****Słowa kluczowe**

surowce mineralne, analiza opcji rzeczowych, wartość bieżąca brutto, proces stochastyczny, opcja czekania, założenie MAD

**Streszczenie**

Analiza opcji rzeczowych stanowi od lat atrakcyjną alternatywę dla podstawowej metodyki oceny efektywności ekonomicznej i wyceny aktywów rzeczowych – analizy zdyskontowanych przepływów pieniężnych DCF. Wśród zasadniczych przyczyn wzrastającego zainteresowania tą metodyką w przemyśle – w tym w szczególności wydobywczym – jest jej potencjał w zakresie wyceny elastyczności decyzyjnej, związanej z istniejącymi faktycznie możliwościami odkładania przedsięwzięć w czasie oraz modyfikacji zakładanych pierwotnie strategii operacyjnych; takie podejście umożliwia uzyskiwanie wartości fundamentalnej na poziomie zbliżonym do rynkowego. Fundament teorii opcji stanowi stochastyczne modelowanie zmian aktywów podstawowych tych instrumentów w czasie. Aktualnie preferowana praktyczna metodyka wyceny przedsięwzięć z elastycznością (nazywana podejściem MAD) zakłada, że walor bazowy opcji rzeczowych – wartość bieżąca brutto projektu PV – rozwija się w czasie zgodnie z iloczynowym procesem stochastycznym, stanowiącym dwumianową aproksymację geometrycznego ruchu Browna (GBM). Ponadto przyjmuje się, że instrumentem bliźniaczym aktywów podstawowych, którego istnienie jest niezbędnym warunkiem poprawnej wyceny opcji, jest szacowana w analizie DCF wartość zaktualizowana netto – NPV. Niniejszy artykuł dostarcza empiryczne przesłanki, że modelowanie instrumentu PV według standardowego procesu stochastycznego nie odpowiada rzeczywistości. Argumentacja przedstawiona została na przykładzie wyceny górniczego projektu inwestycyjnego z opcją czekania – metodyka obejmowała iloczynowe modelowanie ceny (walor referencyjny), a następnie budowę konsekwentnego drzewa wartości PV, kalkulowanych w wyniku adiustacji przepływów pieniężnych przedsięwzięcia instrumentem referencyjnym. Przy okazji zaakcentowano fakt, że walor czekania zmienia strukturę drzew przepływów i wartości bieżącej – w zależności od okresu życia tej opcji. W konkluzji dostarczono argumenty, że konsekwentne formowanie drzewa wartości bieżącej stanowi lepsze odzwierciedlenie świata realnego niż jej bezpośrednie modelowanie w podejściu MAD.

VALUATION OF MINERAL PROJECT WITH FLEXIBILITY –  
'MAD' APPROACH VS. CONSECUTIVE STOCHASTIC TREE

Keywords

minerals, real options analysis, gross present value, stochastic process, option-to-wait,  
MAD assumption

Abstract

For many years, real options analysis (ROA) has been perceived as an attractive project valuation alternative to the traditional discounted cash flow analysis (DCF). Right now, one can see evidence of a growing dispersion in the applicability of the method among various industries (particularly minerals, coal, gas and petroleum) and the banking sector. This is because of its potential to value managerial flexibility including possibilities for delaying investments or reformulating the operating strategies of the company. The real option approach enables one to calculate a project's fundamental value in approximating the market one. The basis of option theory is stochastic modeling of underlying assets – the preferred, commonly used ROA methodology, introduced by Copeland and Antikarov (2001), is called the MAD (marketed asset disclaimer) approach. It assumes that an underlying asset, which is the (gross) present value of the project (PV), changes with time according to the multiplicative stochastic process derived as discrete binomial approximation of geometric Brownian motion (GBM). In addition, the MAD assumes, that a twin asset of the underlying instrument is calculated in a common way net present value (NPV). The twin-asset assumption fulfills the theoretical criteria required for fair option valuation in no-arbitrage conditions. The paper delivers empirical arguments arguing that indirect modeling of PVs, according to the standard stochastic process, do not properly reflect reality. The calculations were based on the valuation of a hard coal project with flexibility – the methodology has included multiplicative price modeling (that parameter has served as so called 'referential asset') and, consequently, built a consecutive PVs tree, where respective present values have been adjusted by referential price levels. Moreover, the paper has emphasized that the option-to-wait changes the structure of project's cash flow and PV trees, depending on the waiting period. In conclusion, the arguments have been derived from the consecutive modeling of a PV asset is more accurate than indirect constructing of it in the MAD's multiplicative mode.